ANNALES UE4 - JANVIER 2017 -
GRILLE CORRIGÉ

1) D
2) C
3) D
4) A
5) B
6) A
7) C
8) A
9) D
10)D
11)C
12)C
13)C
14)D
15)B
16)B
17)C
18)B
19)A
20)B

ANNALES 2016-2017
CORRECTION DÉTAILLÉE - UE4
Proposée par les tuteurs UE4 2017-2018

1. Réponse juste : D

A : FAUX : Pas de lien entre B(t) et B''(T)
B : FAUX : On atteint T_{max} quand B'(t)=0
soit quand $B'(t) = k_a.e^{-ka.t}-k_e.e^{-ke.t}$
$B'(Tmax) = k_a.e^{-ka.Tmax} - k_e.e^{-ke.Tmax} = 0$
⇔ $k_a.e^{-ka.t} = k_e.e^{-ke.t}$
⇔ $e^{(Ka-Ke).Tmax} = k_a/k_e$
⇔ $\ln(e^{(Ka-Ke).Tmax}) = \ln(k_a/k_e)$
⇔ $(k_a-k_e)Tmax = \ln(k_a/k_e)$
⇔ **$Tmax = (1/k_a-k_e).\ln(k_a/k_e)$**
Tmax n'est donc pas fonction de A0
C : FAUX : $Tmax = 1/(k_a-k_e).\ln(k_a/k_e)$ = **6,01 h^{-1}**
D : VRAI : cf proposition B.

2. Réponse juste : C (4+5)

1 : FAUX : On sait que SC = $\sqrt{\frac{M.L}{\alpha}}$, que SC s'exprime en m², que M s'exprime en kg, que L s'exprime en cm. Ainsi, en remplaçant : SC²= $\frac{M.L}{\alpha}$ ce qui donne donc α= $\frac{M.L}{SC^2}$ ce qui en remplaçant donne α= $\frac{M.L}{L^4}$ = $M.L^{-3} = kg.m^{-3}$
2 : FAUX **:** car une variation d'un kg donnera une variation d'un mètre et non pas d'un cm
3 : FAUX : On sait que SC= $\sqrt{\frac{M.L}{\alpha}} = \sqrt{\frac{30.1,20}{3600}}$ =0.1 et non pas 1
4 : VRAI : on sait qu'une racine carré équivaut à un indice ½=0.5 donc $\sqrt{M.L} = M^{0.5}.L^{0.5}$. Il nous reste donc $\sqrt{\frac{1}{\alpha}}$ =0.01666667 (car α=3600) ce qui équivaut à 1/60.
5 : VRAI : on sait que SC=(1/60). $\sqrt{M.L}$ donc $\frac{\partial SC}{\partial L} = \frac{\sqrt{M}}{60}$. (½)L= $\frac{1}{2.60} \cdot \sqrt{\frac{M}{L}} = \frac{1}{120} \cdot \sqrt{\frac{M}{L}}$

3. Réponse juste : D

On calcule la primitive de f(t) F(t), qui correspond à la fonction de répartition.

$$F_X(t) = P(X \le t) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

Car X est une V.A. continue.

$$F(t) = \int_{-\infty}^{x} \lambda e^{-\lambda t}\,dt$$
$$F(t) = -e^{-\lambda t}$$

$$P(2 < t < 4) = -e^{-0.35*4} - (-e^{-0.35*2})$$
$$P(2 < t < 4) = -e^{-0.70*2} + e^{-0.70}$$
$$P(2 < t < 4) = -e^{-0.70+(-0.70)} + e^{-0.70}$$
$$P(2 < t < 4) = -e^{-0.70} * e^{(-0.70)} + e^{-0.70}$$
$$P(2 < t < 4) = e^{-0.70}\,(-e^{(-0.70)} + 1)$$
$$P(2 < t < 4) = e^{-0.7}\,(1 - e^{-0.7})$$

4. Réponse juste : A

On cherche $t_{1/2}$ tel que $C(t_{1/2}) = C_0/2$. Comme $C(t) = C_0.e^{-k.t}$ on a $C_0/2 = C_0.e^{-k.t(½)}$ d'où $\ln(½) = -k.t_{1/2}$ et finalement $t_{1/2} = \ln(2)/k$.
On se sert de C_1 et C_2 pour trouver k : $C_2/C_1 = \frac{0.45C_0}{0.9C_0}$ = ½ d'une part et $\frac{e^{-7.58k}}{e^{-k}} = e^{-6.58k}$ d'autre part, d'où $e^{-6.58k}$ = ½ ⇒ -6.58k = ln(½) ⇒ k = ln(2)/6.58
$t_{1/2} = \ln(2)*6.58/\ln(2) = 6.58h = t_2 - t_1$

5. Réponse juste: B

Nombre d'érythrocytes : 4,2 T/L = $4,2 \times 10^{12}\ L^{-1}$
Volume Globulaire Moyen (VGM) : 100 fL = 100×10^{-15} L $=10^{-13}$ L

L'hématocrite correspond au volume occupé par les globules rouges circulants dans le sang, on connaît le nombre d'érythrocytes et le volume moyen d'un érythrocyte donc:
hématocrite = Nb d'érythrocytes VGM = $4,2\times 10^{12} \times 10^{-13} = 4,2 \times 10^{-1} = 0,42$
Donc l'hématocrite a une valeur de 42 % pour cette patiente.

6. Réponse juste : A

D'après l'énoncé , $n_a+n_b = n = 40$
On se trouve dans le cas d'un test de Student avec un risque α = 1% .On pose les deux hypothèses suivantes:
$H_0 : m_a = m_b$
$H_1 : m_a \neq m_b$
D'après la table de la loi de Student,

$T_{\alpha;n\text{-}2ddl}=T_{0,01;38ddl}=2{,}576$
Or dans l'énoncé, $T_{obs}=3{,}291$

$T_{obs}>T_{\alpha;n\text{-}2ddl}$. On peut donc rejeter H_0. Il y a bien une différence de résultats moyens obtenus par les méthodes A et B.On peut désormais répondre aux propositions :

A : VRAI
B : FAUX : On rejette l'hypothèse nulle
C : FAUX
D : FAUX : On ne peut pas prouver, on admet une hypothèse.

7. Réponse juste : C

A : FAUX : 1697 participants !
B : FAUX : La médiane est environ à 7,5/20 alors que la moyenne vers 10,6/20
C : VRAI
D : FAUX : $|xmed - Q1| \neq |xmed - Q3|$ car la valeur de Q1 ≠ de Q3 (nous pouvons l'observer par la projection de la boîte à moustache sur le graphe)
Attention, par contre chaque intervalle comprend le même nombre de valeurs !

8. Réponse juste : A (1+2+5)

1 : VRAI : Entrer les valeurs dans le mode Stats de la calculette et choisir la touche calc régression : a = -1,127
2 : VRAI : $t_{obs} = \frac{a}{\sqrt{s2}} = -6{,}16$
3 : FAUX
4 : FAUX : Dans le cas d'un test de Student il y a n-1 ddl, ici 5 ddl
5 : VRAI

009) **Réponse juste: D (2+3+4+5)**

1 : FAUX : On est dans le cas d'une variable aléatoire suivant une loi de Gauss, donc suivant une Loi Normale. Avec la loi Normale centrée réduite il est possible de retrouver les valeurs de μ et σ. (cf propositions suivantes).
2 : VRAI : On sait que la moyenne est la valeur x pour laquelle $P(X<x)=0{,}5$, on voit que 69 est inférieur à la valeur de la moyenne, et 107 supérieur à la valeur de la moyenne. On déduit donc que la moyenne $67<\mu<107$.
3 : VRAI : Vu les probabilités données dans l'énoncé, la moyenne μ sera plus proche de 107 que de 69. De ce fait, $|69-\mu|>|107-\mu|$.
4 : VRAI : D'après l'énoncé, $P(X>107)=0{,}242 \Leftrightarrow P(X<107) = 1-0{,}242 = 0{,}758$ et $P(X<69) = 0{,}001$
Or, avec la table de fonction de répartition de la loi normale :
$P(X<69) = P(Z<-3{,}1)$ et $P(X<107) = P(Z<0{,}7)$. Sachant une variable X suivant une loi Normale de paramètres (μ,σ), peut être rapporté à la Loi normale centrée réduite suivant la formule $Z = (X-\mu)/\sigma$.

Si on pose cette équation à double inconnue :

$$\begin{cases} 69 - \mu = -3{,}1\sigma \\ 107 - \mu = 0{,}7\sigma \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu = 3{,}1\,\mu + 69 \\ 107 - (3{,}1\,\mu + 69) = 0{,}7\sigma \end{cases}$$

$107 - 69 = 0{,}7\sigma + 3{,}1\sigma$
$38 = 3{,}8\sigma$
$\boldsymbol{\sigma = 10}$
Pour déterminer μ : sachant que $(107-\mu)/\sigma = 0{,}7 \Leftrightarrow$ **μ=100.**
5 : VRAI : En connaissant μ = 100 et σ = 10 → $(\mu-107)/\sigma = (100-107)/10 = -0{,}7$.

010) **Réponse juste : D (2+4+5)**

On est face à un qcm sur un test du X² d'indépendance. Les valeurs données dans le tableau de l'énoncé correspondes aux valeurs observées.
On pose les hypothèses suivantes au risque α = 5% :
H_0 : les distributions ne diffèrent pas
H_1 : les distributions diffèrent

Pour calculer le Khi^2_{obs} il nous faut aussi les valeurs théoriques.

Valeurs observées

	Témoins formés	Témoins non-formés	Total
Patient vivant	19	21	40
Patient décédé	91	309	400
Total	110	330	440

Pour calculer les valeurs théoriques il faut faire le calcul suivant (on prend pour exemple la valeur de la case 1;1)

$e = \frac{\textit{total de la colonne . total de la ligne}}{\textit{total}} = \frac{110.40}{440} = 10$
On fait pareil pour toutes les cases et on obtient:

Valeurs théoriques

	Témoins formés	Témoins non-formés
Patient vivant	10	30
Patient décédé	100	300

On peut calculer le X^2_{obs} grâce à la formule suivante:

$$X^2_{obs} = \sum \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

$X^2_{obs} = \frac{(19.10)^2}{10} + \frac{(21.30)^2}{30} + \frac{(91.100)^2}{100} + \frac{(309.300)^2}{300} = 10,597$

$X^2_{(i-1).(j-1)ddl;\alpha} = X^2_{1;0,05} = 3,841$ (i étant le nombre de colonne et j le nombre de ligne)

$X^2_{obs} > X^2_{1;0,05}$ donc on rejette H_0. Le fait d'être formé aux soins d'urgence peut sauver un patient victime d'ACR. On peut répondre aux propositions :

1 : FAUX : Cela est vrai pour le X^2 d'adéquation
2 : VRAI : $e_{1;1} = \frac{110.40}{440} = \frac{110.1}{10} = 10$
3 : FAUX : $X^2_{1;0,05} = 3,841$
4 : VRAI : $X^2_{obs} = 10,597$
5 : VRAI

11. Réponse juste : C

$P(-z < Z < z) \rightarrow F(z) - F(-z) = 0,73$
$\rightarrow F(z) - (1-F(z)) = 0,73$
$\rightarrow 2F(z) - 1 = 0,73$
$\rightarrow F(z) = 0,865$
On regarde la table : z = 1,10

12. **Réponse juste : C (2+4)**

1. FAUX : la formulation d'un test non paramétrique ne dépend pas des distributions des variables observées
2. VRAI : si l'on applique le test aux échantillons $(X_1, \ldots, X_n)$ et $(Y_1, \ldots, Y_n)$, le nombre de classements de rangs possibles est n parmi n+m. La valeur minimale de la somme des rangs possibles est 2 parmi n+1. Ici 2 parmi 10+1 vaut $\frac{11!}{2!(11-2)!} = \frac{1*2*3*...*11}{(1*2)*(1*2*...*9)} = \frac{10*11}{2}$
3. FAUX : Rappel $\rightarrow$ lorsque n+m > 10, la loi de probabilité de la somme des rangs W_x tend vers une loi normale d'espérance $E(W_x) = \frac{m(n+m+1)}{2}$
4. VRAI : c'est la définition du test. Si n+m > 10, on peut aussi utiliser $z_{obs} = \frac{W_x - E(W_x)}{\sqrt{Var(W_x)}}$ à comparer à un z_α.
5. FAUX : sous H_0, si les deux groupes proviennent effectivement de la même population, comme on compare directement la probabilité "d'obtenir une somme des rangs inférieure à celle observée" à α, cela implique simplement $P(W_x < W_{obs}) > \alpha$.

13. Réponse C (1+4+5)

1 : VRAI
2 : FAUX : C'est une valeur habituelle pour les tests (ß = 60%)
3 : FAUX : Les valeurs de α et de β sont indépendantes
4 : VRAI : C'est la définition de la puissance
5: VRAI : C'est une définition de cours

14. Réponse juste : D (2+4+5)

1 : FAUX : Le risque de première espèce α représente le risque de rejeter h_0 quand h_0 est vraie.
2 : VRAI : C'est la définition du risque de deuxième espèce : Rejeter h_1 quand h_1 est vraie.
3 : FAUX : Le nombre de sujet n'entre pas dans la conclusion du test.
4 : VRAI : C'est grâce à la statistique de test que l'on va pouvoir rejeter ou non h_1, en comparant la valeur de la statistique du test au risque α.
5 : VRAI : Plus le degré de significativité est faible et plus on aura tendance à rejeter h_0 pour h_1.

15. Réponse juste : B (2+5)

Soit G1 l'évènement « être porteur du variant génétique G1 ».
Soit H l'évènement « être un homme ».
Soit F l'évènement « être une femme ».

On crée un tableau pour simplifier l'énoncé.

	H	F	Total
G1	3	2	5
~~G1~~	0	1	1
Total	3	3	6

1 : FAUX : Rien dans l'énoncé ne nous indique de fixer le risque de première espèce α à 10%. Nous ne sommes donc pas obligés de le faire et l'on peut fixer le risque de première espèce à n'importe quelle valeur souhaitée, à condition de le faire avant de faire le test.
2 : VRAI : On est dans le cas d'un test de comparaison de deux répartitions d'effectif. On peut donc utiliser le test exact de Fischer qui fonctionne dans tous les cas de figure.
3 : FAUX : Le test du χ^2 est un test adéquat parce que nous sommes dans le cas d'une comparaison de deux répartitions d'effectif. Néanmoins, on ne peut pas utiliser le test du χ^2 car les conditions d'application du test ne sont pas vérifiées.
En effet, il faut que tous les . Or :

$$\frac{3*1}{6} = 0.5 < 5$$

4 : FAUX : Le test z est également un test adéquat car il s'agit d'une comparaison entre deux proportions. Cependant, le test z doit vérifier, comme conditions d'application :

$n_A p_A \geq 5$

$n_A q_A \geq 5$

$n_B p_B \geq 5$

$n_B q_B \geq 5$

Avec n_A et n_B les effectifs de l'évènement A (être un homme) et de l'évènement B (être une femme).
Avec p_A et p_B les proportions de A et de B ; et q_A et q_B les proportions inverses.

Or $n_B = 3$, car il y a 3 femmes. $p_B = ⅔$ car 2 femmes sur 3 sont porteuses du variant génétique G1.

⇒ n_B et $p_B = 2 < 5$. Les conditions d'application ne sont pas vérifiées, on ne peut pas effectuer un test z.

5 : VRAI : Comme vu précédemment lors des propositions 2 à 4, c'est la taille de l'échantillon qui est un facteur limitant, nous empêchant d'effectuer le test du χ^2 et le test z.

16. Réponse juste : B (2+3+4+5)

La probabilité de survie suivant une loi exponentielle est : $S(t)= e^{-\lambda t}$
D'après l'énoncé, la médiane de survie est 3,2 ans donc on a $S(3,2)= e^{-\lambda \times 3,2} = 0,5$

1 : FAUX et 2 : VRAI :

Calcul du paramètre lambda:
$S(3,2)= e^{-\lambda \times 3,2} = 0,5$
$\ln (e^{-\lambda \times 3,2}) = \ln(0,5)$
$- \lambda \times 3,2 = \ln (0,5)$ donc $\lambda = - \ln(0,5) / 3,2 \approx 0,217$ ans^{-1}
Proposition 1: Fausse
Proposition 2: Vraie

3 : VRAI :
Calcul de la probabilité de survie à 60 mois
60/12 = 5 donc on cherche la probabilité de survie à 5 ans
$S(5)=e^{-\lambda \times 5} \approx 0,339$
Attention ! : il faut prendre la valeur exacte du paramètre lambda pour ce calcul et non pas 0,217 ans^{-1} sinon l'arrondi à 0,001 près est différent (on obtient 0,338 au lieu de 0,339).

4 : VRAI :
Calcul de la probabilité de survie à 60 mois sachant qu'on a survécu jusqu'à 36 mois (36/12=3, donc jusqu'à 3 ans)
$S(t>5/t>3)= \frac{S(5)}{S(3)} = \frac{e^{-\lambda\times5}}{e^{-\lambda\times3}} = \frac{0,339}{0,522} = 0,649$

5 : VRAI :

Calcul de la probabilité de survie à deux fois la survie médiane soit à $t = 3,2 \times 2 = 6,4$ ans
Rappel: S(3,2)=0,5
$S(2 \times 3,2)= e^{-\lambda \times 2 \times 3,2}= (e^{-\lambda \times 3,2})^2= (e^{-\lambda \times 3,2}) \times (e^{-\lambda \times 3,2})= 0,5 \times 0,5 = 0,25$ (exactement)

17. Réponse juste : C (1+3+5)

1 : VRAI : C'est la définition du Kaplan-Meyer.
2 : FAUX : C'est la méthode paramétrique qui modélise la survie selon une loi exponentielle. Le Kaplan-Meyer est utilisé lorsque l'on ne peut pas faire d'hypothèse d'une loi exponentielle sur la distribution de la survie et utilise les probabilités conditionnelles.
3 : VRAI : Définition du cours.
4 : FAUX : Les intervalles sont définis empiriquement par les délais eux-mêmes. Un intervalle correspond à un délai, donc la longueur est variable.
5 : VRAI : En traçant une courbe de survie on pourra lire la survie de 50% de l'effectif.

18 : Réponse juste : B

On est dans le cas d'un test d'hypothèse qui compare une moyenne m à une moyenne de référence μ_R. L'énoncé nous dit que nous sommes dans un test bilatéral de risque de première espèce $\alpha = 0,05$, que la taille de l'échantillon est de
n = 30 et que l'écart entre les deux moyennes est de 5 (soit $(m - \mu_R) = 5$).
La formule qu'on doit utiliser ici est $z_{obs} = \frac{m - \mu R}{S / \sqrt{n}}$
Soit H_0 et H_1 tels que $H_0 : m = \mu_R$ et $H_1 : m \neq \mu_R$
$\alpha = 0,05$ et le test est bilatéral donc $z_{0,05} = 1,96$ (voir table statistique)

On cherche la valeur jusqu'à laquelle on rejette H_0. Pour rejeter H_0 il faut que $|zobs| > z\alpha$ donc on essaye les différentes valeurs de l'énoncé jusqu'à avoir une valeur qui sera inférieure au z_{obs}.
Pour S = 6 on a $z_{obs} = 4,56$
Pour S = 13 on a $z_{obs} = 2,1$
Pour S = 20 on a $z_{obs} = 1,37$
On s'arrête ici puisque pour S = 20 on ne rejette plus H_0.

La valeur recherchée est donc S = 13

19. Réponse juste : A (1+2)

1 : VRAI : Le risque α c'est le risque de rejeter H_0 alors que H_0 est vraie. Si on baisse α on fait moins d'erreur en rejetant H_0 alors que H_0 vraie mais on conclue les tests moins souvent. On choisit donc α au début du test et en statistique un $\alpha = 0{,}05$ est une habitude, néanmoins on pourrait très bien décider de prendre un $\alpha = 0{,}10$.
2 : VRAI
3 : FAUX
Soit le groupe m qui bénéficie du nouveau médicalement et le groupe p qui bénéficie du placebo. On veut savoir si le médicament est plus efficace que le placebo. On est donc ici dans un test unilatéral.
Soit H_0 : m = p

Soit H_1 : m > p

On sait également que tobs = 1,910 et que $\alpha = 0{,}05$. Comme on est dans un test unilatéral on va prendre $2.\alpha$ et donc on rejette H_0 si tobs > $t\,2.\alpha$
On cherche donc $t\,2.\alpha$ dans la table statistique pour la distribution de Student, avec $\alpha = 0{,}1$ et un ddl = $n_m + n_p - 2 = 11 + 11 - 2 = 20$ ddl. On cherche dans la table statistique et on trouve $t\,2.\alpha = 1{,}725$ < tobs donc on rejette H_0 et on admet que le nouveau traitement est plus efficace que le placebo.
4 : FAUX : Pour pouvoir utiliser un test z il faut que le nombre de sujets dans les deux groupes soit supérieur à 30. Si un seul ou les deux groupes ont un effectif inférieur à 30 alors on utilise un test de Student.
5 : FAUX : Je suppose que le terme inexact ici est "strictement". Pourquoi ça change tout je ne sais pas ??

20. Réponse juste : B (2+4)

1 : FAUX : On compare ici des taux d'hormones. Un taux est mesurable, et est donc un caractère quantitatif.
2 : VRAI : Voir item 1
3 : FAUX : Une étude sur échantillon n'est pas nécessaire.
4 : VRAI : L'hypothèse nulle représente l'absence de différence entre les résultats dans les deux groupes de femme. Donc, H0 est bien l'absence de lien entre le taux d'hormone et l'atteinte d'un cancer chez la femme ou non.
5 : FAUX : Il n'y a pas nécessairement de lien entre l'utilisation d'un test paramétrique et et l'effectif d'un groupe.